$\exists \bigvee$ - kwantyfikator szczegółowy (istnieje)

$\forall \bigwedge$ - kwantyfikator ogólny (dla każdego)

Monotoniczność ciągu

1. $\bigwedge_{n\in N} a_{n+1} > a_n$ Ciąg a_n jest rosnący
2. $\bigwedge_{n\in N} a_{n+1} \geq a_n$ Ciąg a_n jest niemalejący
3. $\bigwedge_{n\in N} a_{n+1} < a_n$ Ciąg a_n jest malejący
4. $\bigwedge_{n\in N} a_{n+1} \leq a_n$ Ciąg a_n jest nierosnący

Ciągi ograniczone

1. $\bigvee_{M\in R} \bigwedge_{n\in N} a_n \leq M$ Ciąg a_n nazywamy ograniczonym od góry
2. $\bigvee_{m\in R} \bigwedge_{n\in N} m \leq a_n$ Ciąg a_n nazywamy ograniczonym od dołu
3. $\bigvee_{m\in R} \bigvee_{M\in R} \bigwedge_{n\in N} m \leq a_n \leq M$ Ciąg a_n nazywamy ograniczonym

Ciąg arytmetyczny

1. $\bigvee_{r} \bigwedge_{n} \quad a_{n+1} - a_n = r$ Ciąg a_n nazywamy arytmetycznym nieskończony

$\bigvee_{r} \bigwedge_{\substack{n\leq k-1\\ k\geq 3}} \quad a_{n+1} - a_n = r$ Ciąg a_n nazywamy arytmetycznym skończony

$a_n = a_1 + (n-1)r$ różnica ciągu arytmetycznego

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ suma n początkowych wyrazów

Ciąg geometryczny

2. $\bigvee_{q} \bigwedge_{n} \quad a_{n+1} = q \cdot a_n$ Ciąg a_n nazywamy geometrycznym nieskończony

$\bigvee_{r} \bigwedge_{\substack{n\leq k-1\\ k\geq 3}} \quad a_{n+1} = q \cdot a_n$ Ciąg a_n nazywamy geometrycznym skończony

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ iloraz ciągu geometrycznego

$$S_n = \begin{cases} a_1 \dfrac{1-q^n}{1-q} & gdy \quad q \neq 1 \\ na_1 & gdy \quad q = 1 \end{cases}$$ suma n początkowych wyr. ciągu geometr.

$$a_k = a_1 + (k-1)\cdot r \qquad a_k = a_1 + q^{k-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot a_k}{2}\cdot n \qquad S_n = a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Niech $\lim_{x\to\infty} a_n = a$ *oraz* $\lim_{x\to\infty} b_n = b$, *przy czym* $a, b \in R$ *wtedy*

1) $\lim_{x\to\infty} \left(a_n + b_n\right) = \lim_{x\to\infty} a_n + \lim_{x\to\infty} b_n = a + b$

2) $\lim_{x\to\infty} \left(a_n - b_n\right) = a - b$

3) $\lim_{x\to\infty} \left(a_n \cdot b_n\right) = a \cdot b$

4) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{a}{b}, b_n \neq 0, b \neq 0$

5) $\lim_{x\to\infty} \left(a_n\right)^p = a^p, p \in Z \setminus \{1\}$

6) $\lim_{x\to\infty} \sqrt[k]{a_n} = \sqrt[k]{a}, k \in N \setminus \{1\}$ *o ile wyrażenia* $\sqrt[k]{a_n}$ *oraz* $\sqrt[k]{a}$ *mają sens*

Symbole nieoznaczone $\frac{0}{0}, +\infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}, 0\cdot\infty, 1^{\infty}, 0^0, \infty^0$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad a > 0$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad \text{liczba} \quad \text{Eulera } e \approx 2,7$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a \quad a \in R$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + coś\right)^{\frac{1}{coś}} = e, \ \text{o ile } coś > 0$$

Wnioski

- Jeżeli $n \to \infty$ i potęga mianownika jest większa od potęgi licznika to granica jest „0” zero.
- Jeżeli $n \to \infty$ stopień licznika jest większy od stopnia mianownika to granicą jest +∞ lub -∞ o znaku decydują znaki przy najwyższych potęgach.
- Jeżeli $n \to \infty$ i są równe potęgi licznika i mianownika to granicą jest iloraz liczb przy najwyższych potęgach.
- $\lim_{x\to\infty} q^n \begin{cases} 0, & |q| < 1 \\ 1, & q = 1 \\ +\infty, & q > 0 \\ \text{nie istnieje, gdy } q < -1 \end{cases}$

$$\lim_{n->0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{n->2}\frac{\sin(x^2-4)}{(x^2-4)}=1 \qquad dla\ (x^2-4)\to 0$$

$$\lim_{n->1}\frac{\sin x}{x}=\frac{\sin 1}{1}=1$$

$$\lim_{n->0}\frac{\sin x}{x}=\lim_{n->0}\frac{x}{\sin x}=1$$

$$\left[\frac{1}{0^-}\right]=-\infty \qquad \left[\frac{1}{0^+}\right]=+\infty \qquad \left[\frac{0}{1}\right]=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\operatorname{arctg} x=-\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\operatorname{arctg} x=\frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\operatorname{arcctg} x=\pi$$

$$\lim_{x\to+\infty}\operatorname{arcctg} x=0$$